
Dynamische belasting op tribunes (2)

De invloed van scheurvorming op de dynamische belasting van
een bewegende menigte op een betonnen tribune-element



De eigenfrequentie van een tribune-element is een essentiële parameter om de dynamische belasting door een bewegende of springende menigte op een tribune-element te bepalen. Hoe bepaal je deze eigenfrequentie voor gewapend betonnen tribune-elementen en welke invloed heeft scheurvorming hierop? Wat betekent dit voor het dynamische gedrag en de constructieve veiligheid van het tribune-element? Een en ander wordt toegelicht met een praktijkvoorbeeld.

In deel 1 van het artikel ‘Dynamische belasting op tribunes’ uit *Cement* 2022/2 [1] is een algemene beschrijving gegeven van dynamische belastingen door bewegende menigtes op tribunes. In dit tweede deel wordt deze kennis toegepast in een praktijkvoorbeeld. Hierbij worden verschillende invloeden toegelicht en aanvullingen gedaan waar nodig. Met name het bepalen van de dynamische gescheurde buigstijfheid, de eigenfrequentie en de interactie met de dynamische belasting wordt uitgebreid behandeld. Daarnaast wordt er een extra belastingsgeval ‘energieke concerten’ [3] aan de beschouwing toegevoegd, aangezien in stadions ook veelvuldig concerten of dance-events worden gehouden.

Praktijkvoorbeeld

Het praktijkvoorbeeld dat in dit artikel wordt behandeld, betreft een tribune-element in een bestaande constructie. Opgemerkt wordt dat het om een fictieve situatie gaat, waarbij wel eigenschappen zijn gehanteerd die in de praktijk voorkomen.

Het betreft een getrapte trede-element met twee treden en een overspanning van 9,0 m (fig. 2). Het element is oorspronkelijk berekend voor zitplaatsen volgens TGB 1990. De veranderlijke belasting is 4 kN/m² en de partiële belastingsfactoren zijn $\gamma_G = 1,2$ en $\gamma_Q = 1,5$. De breedte van het element is $2 \times 0,8 = 1,6$ m. In tabel 1 zijn de eigenschappen van het element samengevat. De doorsnede-eigenschappen zijn met behulp van *M-N- κ* -diagrammen bepaald.

In het voorbeeld worden de volgende situaties beoordeeld:

- 1 energiek concert;
- 2 synchroon springen, bijvoorbeeld tijdens voetbalwedstrijden.

De belasting bij een energiek concert is afkomstig uit [3] en wordt beschreven door



auteur

IR. MARK
SPANENBURG RO

Adviseur Constructies
BAM Advies &
Engineering

scenario 4. Dit scenario betreft een energiek concert waar door een opgewonden menigte, veelal staand, wordt gedanst en af en toe gesprongen.

Dynamische belasting door een bewegende menigte

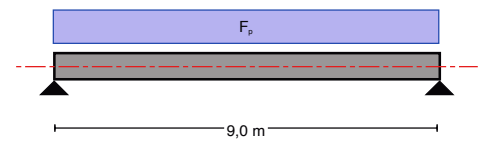
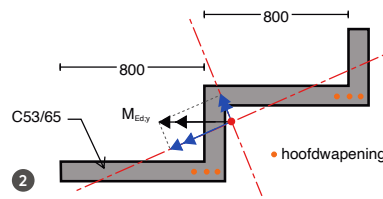
De dynamische belasting op tribunes door bewegende menigtes is in het eerste deel van dit artikel [1] uitgebreid beschreven. Deze belasting is opgebouwd uit de volgende parameters:

- aantal personen per m² (n);
- gewicht van één persoon (G);
- sprongbelasting van één persoon (F_p) uitgedrukt als verhouding van zijn/haar gewicht (G). In de literatuur wordt in dit kader ook wel de impactfactor genoemd ($k_p = F_p / G$). Deze is afhankelijk van de activiteit (dansen, springen of aerobics).
- dynamische respons van de constructie, uitgedrukt in de dynamische amplificatiefactor (*DAF*) (soms ook dynamische vergrotingsfactor genoemd).

Parameters Met deze parameters kan de dynamische belasting van een bewegende menigte op een tribune-element worden berekend:

$$P_s = n G \cdot \left(\frac{F_p}{G} \right) DAF = n G k_p DAF \quad (1)$$

In deze formule is n afhankelijk van het type tribune, bijvoorbeeld een zit- of staantribune. In dit voorbeeld wordt hiervoor respectievelijk $n = 2,5$ p/m² en $n = 4,0$ p/m² aangehouden. Als gewicht van een persoon wordt 80 kg aangehouden, ofwel $G = 0,785$ kN. De impactfactor bij een energiek concert is $k_p = 1,5$ [3], terwijl deze voor een grote groep synchroon springende mensen $k_p = 2,4$ kan zijn [1 en 4]. De impactfactor van springen is dus al 60% hoger dan bij een energiek concert. Dit is een behoorlijk verschil. De laatste parameter in de formule is de *DAF*. Deze is afhankelijk →



Tabel 1 Eigenschappen praktijkvoorbeeld tribune-element

afkorting	grootheid	waarde
A	oppervlak	349.600 mm ²
q _{g,k}	eigen gewicht	8,6 kN/m
q _{q,k}	veranderlijke belasting	6,4 kN/m
b _p	belastingbreedte	1,6 m
C	betonsterkteklasse	C53/65
B	betonstaalsoort	B500B
L	overspanning	9,0 m
M _G	moment t.g.v. eigen gewicht	87 kNm
M _Q	moment t.g.v. veranderlijke belasting	65 kNm
M _{Ek}	moment t.g.v. karakteristieke belasting	152 kNm
M _{Ed}	rekenwaarde moment	202 kNm
M _{Rd}	rekenwaarde momentweerstand element	210 kNm
M _{Rk}	karakteristieke momentweerstand element	245 kNm
M _{cr}	scheurmoment element	120 kNm
EI _{un}	ongescheurde buigstijfheid	260.645 kNm ²
EI _{cr}	gescheurde buigstijfheid	44.310 kNm ²
E _{un}	ongescheurde E-modulus beton	38.500 N/mm ²
E _{cr}	gescheurde E-modulus beton	6.545 N/mm ²

van de eigenfrequentie van een *lege* tribune (f_s). Als deze eigenfrequentie hoog genoeg is, treedt er geen dynamische respons op. Volgens de literatuur moet de eigenfrequentie minimaal bedragen:

→ springende menigte (na de derde piek):

$$f_s \geq 8,4 \text{ Hz} \quad [4]$$

→ energiek concert (na de tweede piek):

$$f_s \geq 6 \text{ Hz} \quad [3 \text{ en } 4]$$

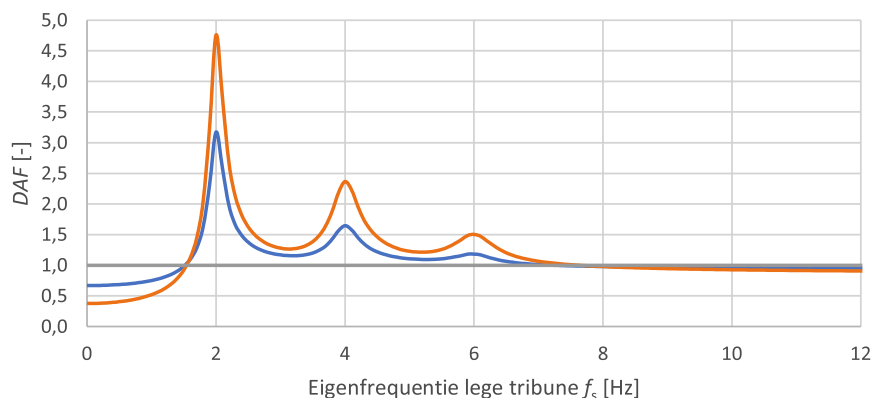
Een resonantiepiek treedt op bij een veelvoud van de sprongfrequentie van de menigte (f_p), waarbij f_p ligt tussen 1,5 en 2,8 Hz voor een kleine groep met enige coördinatie. Dit geldt zowel voor een springende menigte als voor een energiek concert. In figuur 3 is de DAF als functie van de eigenfrequentie van een lege tribune (f_s) voor een sprongfrequentie van $f_p = 2 \text{ Hz}$ (= mediaan van alle voorkomende sprongfrequenties) gegeven. Uitgaande van een sprongfrequentie van 2 Hz is de DAF bij een eigenfrequentie van 2 Hz het hoogst,

zoals verwacht. Bij een eigenfrequentie van 4 Hz stoot je het systeem (bij een sprongfrequentie van 2 Hz) bij de tweede, lagere resonantiepiek. Uit de grafiek blijkt dat na de tweede resonantiepiek bij een energiek concert en na de derde resonantiepiek bij een springende menigte, de dynamische vergroting van de respons nauwelijks meer toeneemt ($DAF \approx 1$). Deze grafiek geldt in algemene zin voor de genoemde belastingssituaties.

Bepaling eigenfrequentie Als de eigenfrequenties van de lege tribunes lager zijn dan de gegeven minima, kan gebruik worden gemaakt van de DAF -waarden uit tabel 2, die zijn afgeleid van figuur 3.

Het is dus van belang om op een betrouwbare manier de eigenfrequentie van een tribune-element te bepalen. De eigenfrequentie van de lege tribune wordt berekend uit de buigstijfheid van het tribune-element (EI), de massa van de lege tribune (m)

Het is van belang om op een betrouwbare manier de eigenfrequentie van een tribune-element te bepalen



3 — Energiek concert — Springende menigte — Statische situatie

Tabel 2 Dynamische amplificatiefactoren (DAF) van een tribune-element met 5% demping

resonantiepiek	1	2	3	hoger
eigenfrequentie	$f_s < 3$ Hz	$3 \text{ Hz} \leq f_s < 6$ Hz	$6 \text{ Hz} \leq f_s < 8,4$ Hz	$f_s \geq 8,4$ Hz
springen	4,8	2,4	1,5	1,0
energiek concert	3,2	1,6	1,0	1,0

en de overspanning van het tribune-element (L):

$$f_s = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} \quad (2)$$

De massa en de overspanning van een tribune-element zijn goed vast te stellen. Dit is voor de buigstijfheid een stuk lastiger. Met name omdat de buigstijfheden in Eurocode 2 [6] statische buigstijfheden zijn en in dit geval de dynamische buigstijfheid van belang is. Deze blijkt af te wijken van de statische buigstijfheid (zie onder kopje 'Dynamische buigstijfheid van beton').

Dynamische buigstijfheid beton

Met Eurocode 2 [6] kan de statische buigstijfheid, rekening houdend met *tension stiffening*, worden bepaald met formules (7.18) en (7.19). Tension stiffening is de verstijvende werking van het beton, die tussen de scheuren aanwezig is. Dit wordt in rekening gebracht door de stijfheid ter plaatse van de scheur en de ongescheurde stijfheid naar (een experimenteel onderzochte) verhouding op te tellen. Wanneer in deze formules de vervormingsparameter α wordt uitgedrukt in termen van de buigstijfheid EI , ontstaat de volgende relatie:

$$EI_{\text{eff}} = \beta \left(\frac{M_{\text{cr}}}{M} \right)^2 EI_{\text{un}} + \left[1 - \beta \left(\frac{M_{\text{cr}}}{M} \right)^2 \right] EI_{\text{cr}} \quad (3)$$

Hierin is M_{cr} het scheurmoment, M het optredende moment, EI_{un} de ongescheurde buigstijfheid, EI_{cr} de gescheurde buigstijfheid en β een coëfficiënt die rekening houdt met de invloed van de belastingduur of herhaalde belasting op de gemiddelde rek:

- enkele, kortdurende belasting: $\beta = 1,0$;
- aanhoudende belasting of meervoudige cycli van herhalende belastingen: $\beta = 0,5$.

Zoals gezegd betreft het hier een statische buigstijfheid. In [5] wordt een experimenteel gevalideerd model gegeven voor de dynamische buigstijfheid (EI_D):

$$EI_D = \alpha \left(\frac{M_{\text{cr}}}{M} \right) EI_{\text{un}} + \left[1 - \alpha \left(\frac{M_{\text{cr}}}{M} \right) \right] EI_{\text{cr}} \quad (4)$$

In deze formule is α een experimenteel te bepalen factor. Volgens de experimenten uitgevoerd in [5] ligt α tussen 0,6 en 0,8. De formule voor de buigstijfheid lijkt qua structuur erg op die van de Eurocode, maar heeft een andere coëfficiënt (α in plaats van β) en geen machtsverheffing. De coëfficiënt α ligt in dit model wel precies tussen de waarden van coëfficiënt β in de Eurocode. →

De dynamische belasting door bewegende menigtes moet iteratief worden bepaald

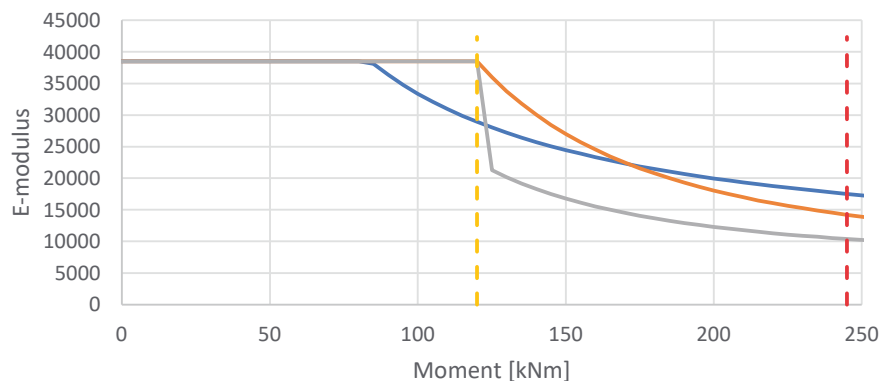
In figuur 4 zijn deze modellen met elkaar vergeleken voor het praktijkvoorbeeld van een tribune-element ($\alpha = 0,7$, arbitrair gekozen) en uitgedrukt in de effectieve E-modulus (E_{eff}). De modellen uit de Eurocode verliezen pas stijfheid wanneer het scheurmoment wordt overschreden, terwijl dit bij de dynamische stijfheid al eerder gebeurt. Volgens de auteurs van [5] is dit vermoedelijk te wijten aan microscheurvorming. Voor waarden iets hoger dan het scheurmoment, blijkt dat het model van de Eurocode met $\beta = 1,0$ te gunstig is en met $\beta = 0,5$ te ongunstig ten opzichte van het dynamische stijfheidsmodel. Voor hogere waarden van het buigend moment is het dynamische stijfheidsmodel gunstiger dan beide Eurocodemodellen. Een verklaring hiervoor wordt in [5] niet gegeven.

De invloed van de belasting op de dynamische stijfheid is groot. Een tribune-element

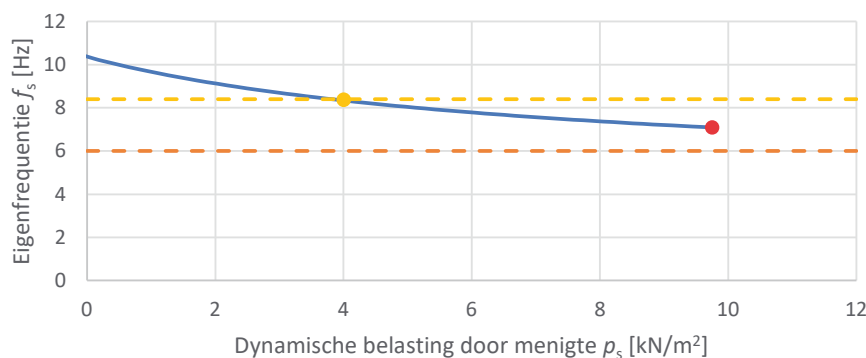
met weinig belasting zal zich aanzienlijk stijver gedragen dan een tribune-element met veel belasting. Dit is conform de verwachting bij gewapend beton als gevolg van optredende scheurvorming. De gescheurde dynamische stijfheid blijkt bij het karakteristieke bezwijkmoment te zijn afgenomen tot circa 50% van de ongescheurde stijfheid. Dit komt overeen met reductiefactoren voor buigstijfheden uit andere normen, zoals de Amerikaanse norm ACI-318-19, waar een 50% reductie voor de buigstijfheid van gescheurde balken in lineaire analyses voor de gebruikstoestand wordt voorgeschreven.

Eigenfrequentie praktijkvoorbeeld

De eigenfrequentie wordt berekend door de dynamische stijfheid uit het voorgaande toe te passen in formule (2). Omdat in deze analyse het gedrag van de constructie wordt onderzocht, zijn karakteristieke waarden van



4



5

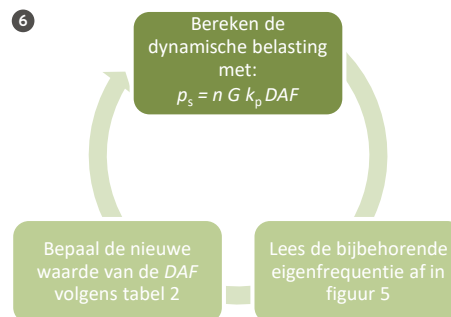
de constructie aangehouden. In figuur 5 is de eigenfrequentie van het praktijkvoorbeeld getoond als functie van de dynamische belasting door de menigte p_s . Hieruit blijkt dat het tribune-element altijd een eigenfrequentie hoger dan 6 Hz heeft, die geldt als minimumeis voor energieke concerten. Bij een dynamische belasting van de menigte vanaf $4,0 \text{ kN/m}^2$ is de eigenfrequentie lager dan $8,4 \text{ Hz}$, de grens in geval van springen. Bij springen moeten dus resonantie-effecten in rekening worden gebracht. De waarde van $4,0 \text{ kN/m}^2$ komt in dit voorbeeld per toeval overeen met de veranderlijke belasting, maar dat wordt hier niet bedoeld. Bij andere tribunes, overspanningen of wapening zal deze waarde lager of hoger dan $4,0 \text{ kN/m}^2$ liggen.

Bij een dynamische belasting van $9,7 \text{ kN/m}^2$ is de karakteristieke momentweerstand $M_{rk} = 245 \text{ kNm}$ (tabel 1) bereikt ($M = 1/8 \times (8,7 + 1,6 \times 9,7) \times 9^2 = 245 \text{ kNm}$).

Dynamische belasting op tribune-element

Nu zijn alle uitgangspunten voor de berekening van de dynamische belasting vastgesteld. Met deze informatie moet iteratief de dynamische belasting door bewegende menigtes worden bepaald. Het iteratieproces (fig. 6) verloopt als volgt:

- 1 Bepaal de dynamische belasting met $DAF = 1$, dus: $p_s = n G k_p \cdot 1$.
- 2 Lees de bijbehorende eigenfrequentie af in figuur 5 (figuur 5 is alleen geldig voor dit praktijkvoorbeeld en dient per geval opnieuw berekend te worden).
- 3 Bepaal op basis van de afgelezen eigenfrequentie de nieuwe waarde van de DAF volgens tabel 2.
- 4 Bereken de nieuwe dynamische belasting met: $p_s = n G k_p DAF$



5 Herhaal stap 2 t/m 4 totdat de DAF niet meer wijzigt.

De resultaten van de laatste stap van dit iteratieproces zijn in tabel 3 weergegeven. Bij springen ligt de eigenfrequentie tussen $7,1$ en $8,4 \text{ Hz}$ volgens figuur 5, wanneer de dynamische belasting hoger is dan 4 kN/m^2 (wederom niet te verwarren met de veranderlijke belasting). In dat frequentiegebied is de DAF voor springen $1,5$. In het geval van energieke concerten heeft de DAF te allen tijde de waarde $1,0$, omdat de eigenfrequentie van het tribune-element niet onder de 6 Hz komt.

Wat opvalt is dat de belasting bij springen bijna verdubbelt (van $3,8 \text{ kN/m}^2$ naar $7,1 \text{ kN/m}^2$), wanneer het aantal personen van $n = 2$ naar $n = 2,5 \text{ p/m}^2$ overgaat. Dit komt doordat de DAF in één keer van $1,0$ naar $1,5$ schiet (tabel 3). Of deze dynamische amplificatie in de praktijk ook optreedt, is sterk de vraag. De eigenfrequentie van het tribune-element ligt bij $n = 2,5 \text{ p/m}^2$ op $7,6 \text{ Hz}$. Om samen te vallen met de derde resonantiepiek van de sprongbelasting, moet de sprongfrequentie van de menigte $f_p = 7,6 / 3 = 2,5 \text{ Hz}$ zijn. Dit ligt redelijk aan de bovenkant van de gemiddeld optredende sprongfrequenties ($1,5$ tot $2,8 \text{ Hz}$), dus is het denkbaar dat dit in de praktijk niet gebeurt. Daarnaast kan de eigenfrequentie in de praktijk hoger liggen dan theoretisch berekend door verborgen stijfheden en/of hogere betonsterkten. Dit moet door metingen of experimenten verder worden onderzocht.

Bij $n \geq 4 \text{ p/m}^2$ is in tabel 3 geen eigenfrequentie bij springen gegeven, omdat de belasting boven de bezwijkbelasting in gebruikstoestand uitkomt. Dit is aangegeven met een rood kruis in de tabel. Ten slotte zijn in de tabel de waarden voor zitplaatsen ($n = 2,5 \text{ p/m}^2$) met groen aangegeven en voor staanplaatsen ($n = 4,0 \text{ p/m}^2$) met blauw.

Op basis van het voorspelde gedrag en bijbehorende belastingen wordt in het navolgende de veiligheid van het praktijkvoorbeeld beoordeeld.

Constructieve veiligheid

De constructieve veiligheid van het bestaande element wordt in dit praktijkvoorbeeld met →

Door niet-lineair te rekenen kan de dynamische respons vlak voor bezwijken worden geoptimaliseerd

Tabel 3 Dynamische belasting praktijkvoorbeeld met $G = 0,785$ kN

n [p/m ²]	concert (impactfactor $k_p = 1,5$)			springen (impactfactor $k_p = 2,4$)		
	DAF [-]	p_s [kN/m ²]	f_s [Hz]	DAF [-]	p_s [kN/m ²]	f_s [Hz]
0,5	1,0	0,6	10,0	1,0	0,9	9,8
1,0	1,0	1,2	9,6	1,0	1,9	9,2
2,0	1,0	2,4	9,0	1,0	3,8	8,5
2,5	1,0	2,9	8,9	1,5	7,1	7,6
3,0	1,0	3,5	8,6	1,5	8,5	7,3
4,0	1,0	4,7	8,2	1,5	11,3	x
5,0	1,0	5,9	7,8	1,5	14,1	x

NEN 8700 op verbouwniveau beoordeeld. Hiermee wordt de veiligheid in dit praktijkvoorbeeld getoetst voor een restlevensduur van 15 jaar. Op dezelfde wijze als voor verbouwniveau kan de tribune ook op afkeurniveau worden getoetst. Dit wordt aan de lezer overgelaten.

Voor de toetsing aan verbouwniveau gelden de belastingsfactoren $\gamma_G = 1,2$ en $\gamma_Q = 1,5$, uitgaande van CC3-klasse met een vergunning afgegeven voor 2003 [7]. De dynamische belasting waarbij in de uiterste grenstoestand bezwijken optreedt, kan met de genoemde belastingsfactoren, het eigen gewicht van het tribune-element en het bezwijkmoment $M_{Rd} = 210$ kNm, worden berekend en is gelijk aan $p_{sk} = 4,3$ kN/m². In de gebruikstoestand wordt het karakteristieke bezwijkmoment bereikt als de dynamische belasting gelijk is aan $p_{sk} = 9,7$ kN/m², zoals eerder al bepaald. In figuur 7 zijn de resultaten uit tabel 3 en de veiligheidsniveaus in de

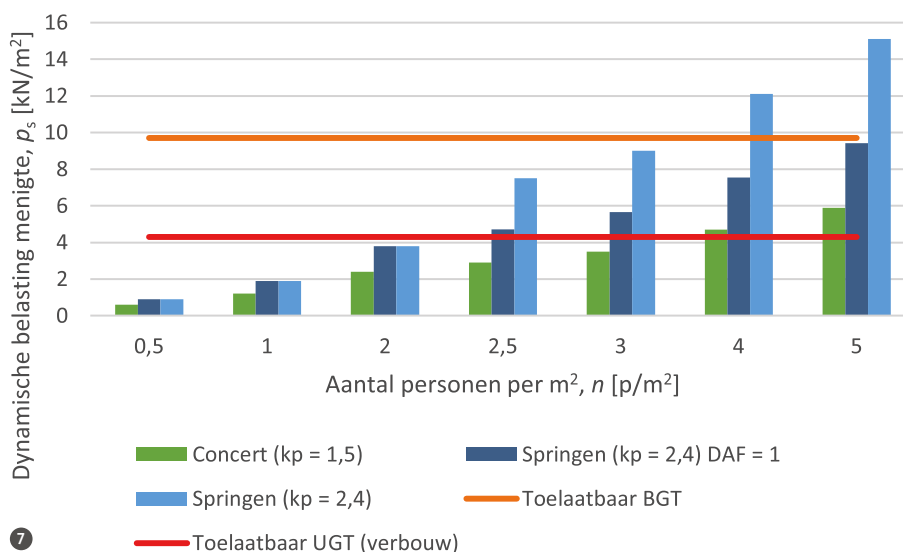
uiterste en gebruikstoestand grafisch weergegeven. Voor springen zijn ook de waarden voor $DAF = 1$ gegeven, gezien de onzekerheid in de sprongfrequentie van de groep en de eigenfrequentie van de constructie.

Uit figuur 7 blijkt dat bij energieke concerten 3,7 personen per m² zijn toegestaan. De tribune voldoet dan met het gebruik als zittribune. Bij voetbalwedstrijden (springen) zijn er 2,0 personen per m² toegestaan. Deze voldoet dan niet met staan- en zitplaatsen.

Niet-lineaire dynamische berekening

In het navolgende zal worden onderzocht hoe het niet-lineaire dynamische gedrag van de constructie is bij springen met $n = 2,5$ p/m². Dit is namelijk het punt waar het dynamische gedrag een belangrijke rol in de grootte van de belasting gaat spelen.

De niet-lineaire dynamische bereke-



ning wordt gemaakt door een één-massa-veer-dempersysteem met een niet-lineaire veer per tijdstap op te lossen (fig. 8). De niet-lineaire veer gedraagt zich conform de dynamische stijfheid van formule (4) en modelleert plastisch gedrag wanneer de wape-ning gaat vloeien. Ontlasten en herbelasten wordt altijd lineair naar de oorsprong ge-
daan. Dit is in figuur 8 weergegeven met de dubbele pijl en resulteert in een 'effectieve' veerstijfheid k_{eff} . De sprongbelasting door de menigte (op een starre ondergrond) is $F_p(t)$ en de dynamische respons van de constructie is $F_s(t)$.

De resultaten van deze berekening voor springen met $n = 2,5 \text{ p/m}^2$ en $f_p = 2,4 \text{ Hz}$ zijn getoond in figuur 9. In deze figuur zijn per situatie drie grafieken weergegeven. Deze zijn van boven naar beneden:

- > belasting springende menigte $F_p(t)$ en de dynamische reactiekracht van de tribune $F_s(t)$;
- > kracht-verplaatsingsdiagram ($F_s - u$) van het tribune-element;
- > verloop van de (effectieve) eigenfrequentie in de tijd.

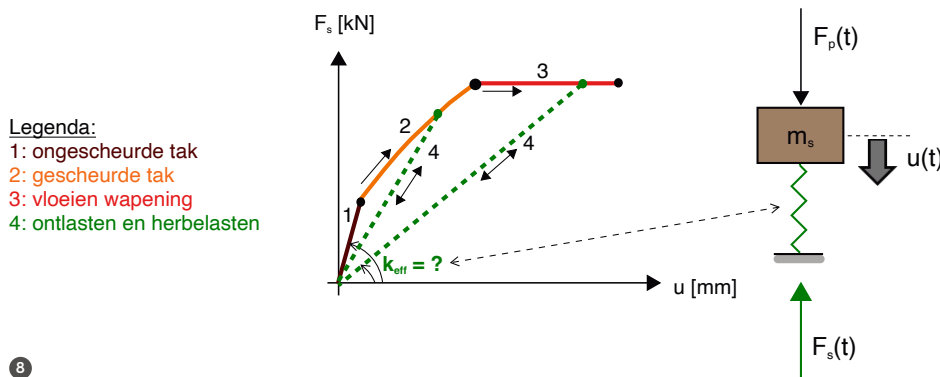
In deze figuur is te zien dat de DAF nog steeds redelijk groot is. Deze berekening is herhaald voor verschillende sprongfrequenties van de menigte en de resultaten staan in tabel 4. De DAF blijkt bij een sprongfrequentie van 2,4 Hz maximaal te zijn, die eerder op 2,5 Hz was bepaald. De verschillende berekenings-

methoden geven dus een vergelijkbaar resultaat op dit punt. De waarde van de DAF is in de niet-lineaire analyse ($DAF = 1,4$) wel iets lager dan op basis van de lineaire analyses is bepaald ($DAF = 1,5$), maar niet veel. Om de laagste DAF -waarde uit de niet-lineaire analyse te onderzoeken, is de belasting opgevoerd totdat bezwijken optrad. Dit gebeurde bij een $DAF = 1,3$ (fig. 10). De effectieve eigenfrequentie van het tribune-element is door het vloeien verder gezakt naar 6,9 Hz in figuur 10. Hierdoor valt deze niet meer samen met een resonantiepiek van respectievelijk 2,4 Hz, 4,8 Hz en 7,2 Hz en worden resonantie-effecten geminimaliseerd.

Uit tabel 4 blijkt ook de hoge gevoeligheid van de DAF rondom de sprongfrequentie van 2,4 Hz. Het is maar zeer de vraag of een menigte dusdanig maatvast kan springen, dat precies 2,4 Hz kan worden aangehouden.

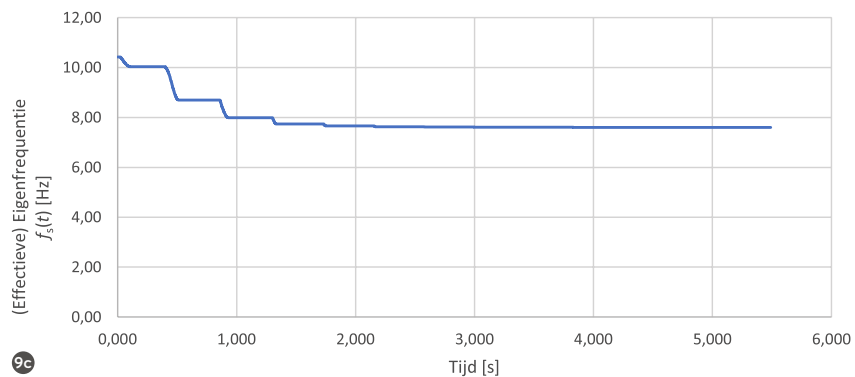
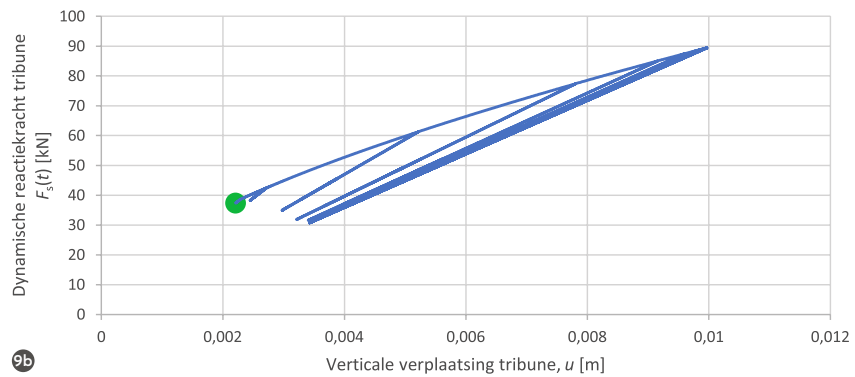
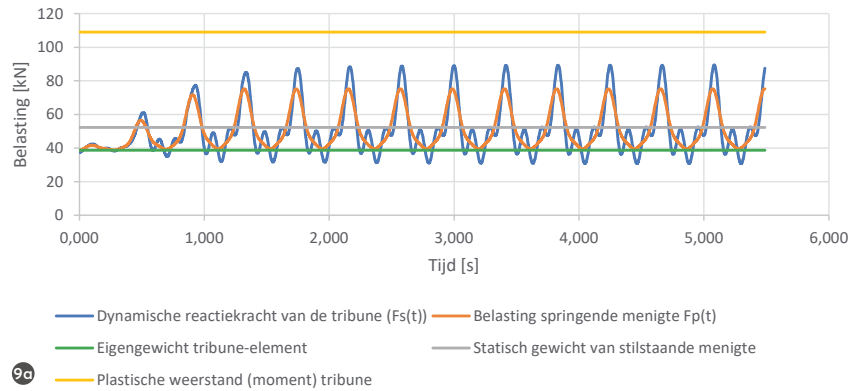
Op basis van deze overwegingen lijken metingen een logische vervolgstap. Uit de metingen kan de dynamische amplificatiefactor (DAF), sprongfrequentie, eigenfrequentie, impactfactor en demping worden afgeleid en kan veel onzekerheid worden weggenomen.

Wanneer uit metingen blijkt dat de tribune bij zitplaatsen nog steeds niet voldoet, moeten andere maatregelen worden getroffen. Dit kunnen zijn: →



Tabel 4 Dynamische amplificatiefactoren (DAF) bij verschillende sprongfrequenties praktijkvoorbeeld

f_p [Hz]	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8
DAF	1,08	1,12	1,14	1,22	1,40	1,34	1,16



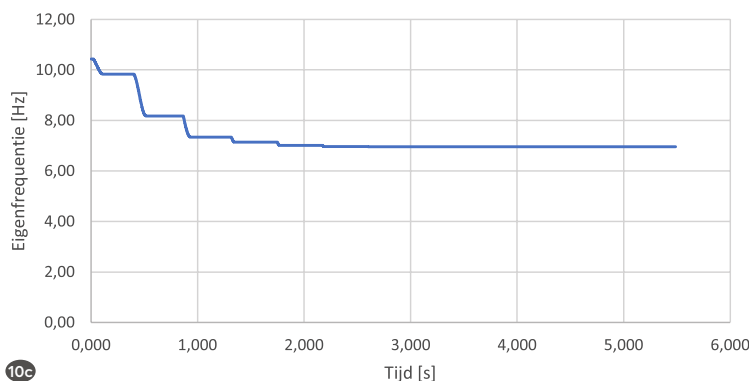
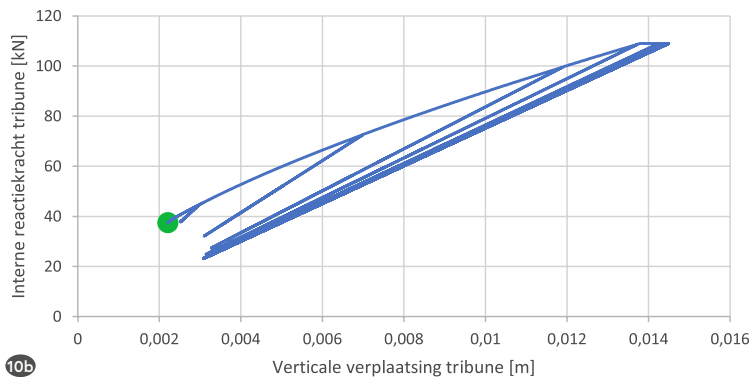
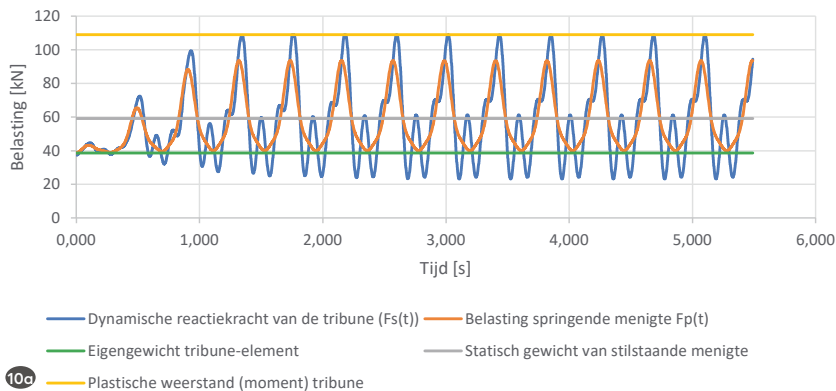
- aantal zitplaatsen reduceren naar 2,0 personen per m^2 bij voetbalwedstrijden;
- constructie versterken.

Conclusie en aanbevelingen

De gescheurde dynamische stijfheid van een gewapend betonnen tribune-element blijkt een grote invloed te hebben op de eigenfrequentie hiervan en de optredende dynamische belasting door bewegende/springende menigtes. Er wordt aanbevolen meer experi-

menteel onderzoek te doen naar de dynamische stijfheid en eigenfrequentie van zwaarbelaste gewapende tribune-elementen.

Uit de analyse van het praktijkvoorbeeld blijkt dat, bij de uit de literatuur overgenomen belastingmodellen, de belasting bij energieke concerten lager is dan bij synchroon springen. Hierdoor is het veiligheidsniveau van zitplaatsen bij energieke concerten ($n = 2,5 \text{ p/m}^2$) in dit voorbeeld wél acceptabel, terwijl bij voetbalwedstrijden



met synchroon springende supporters met zitplaatsen de situatie net wel/net niet veilig is volgens het verbouwniveau van NEN 8700.

Door niet-lineair te rekenen kan de dynamische respons vlak voor bezwijken worden geoptimaliseerd, maar deze optimalisatie was in het praktijkvoorbeeld beperkt tot circa 15%.

Ten slotte blijkt de constructie erg gevoelig te zijn voor het gedrag van de menigte (syn-

chronisatie en vasthouden van één vaste maat). De werkelijke effecten kunnen door metingen inzichtelijk worden gemaakt. Dit kan bij bestaande constructies een goede uitkomst bieden om de veiligheid te onderzoeken. Voor nieuwe constructies wordt geadviseerd de constructie direct te ontwerpen op de effecten van bewegende menigtes. Bij voorkeur door de eigenfrequentie hoog genoeg te maken, zodat resonantie-effecten geen rol kunnen spelen. ●

LITERATUUR

- 1 Spanenburg, M., Dynamische belasting op tribunes. *Cement* 2022/2.
- 2 Guide to safety at sports grounds, fifth edition, department for culture, media and sports, 2008.
- 3 Dynamic performance requirements for permanent grandstands subjected to crowd loads, The Institution of Structural Engineers, 1 December 2008.
- 4 Ellis, B.R. en Ji, T., The response of structures to dynamic crowd loads. *BRE Digest* #426. 2004.
- 5 Jerath, M. en Shibani, M.M., Dynamic stiffness and vibrations of reinforced concrete beams. *ACI Journal*, maart-april 1985.
- 6 NEN-EN 1992-1-1: Beton – Algemeen.
- 7 NEN-EN 8700 Grondslagen bestaande bouw.

10 Resultaten van de niet-lineaire dynamische berekening van het praktijkvoorbeeld bij een sprongfrequentie van 2,4 Hz, waarbij de belasting is opgevoerd tot net voor bezwijken: (a) belasting springende menigte $F_p(t)$ en de dynamische reactiekracht van de tribune $F_s(t)$; (b) kracht-verplaatsingsdiagram (F_s - u) van het tribune-element; (c) verloop van de (effectieve) eigenfrequentie in de tijd